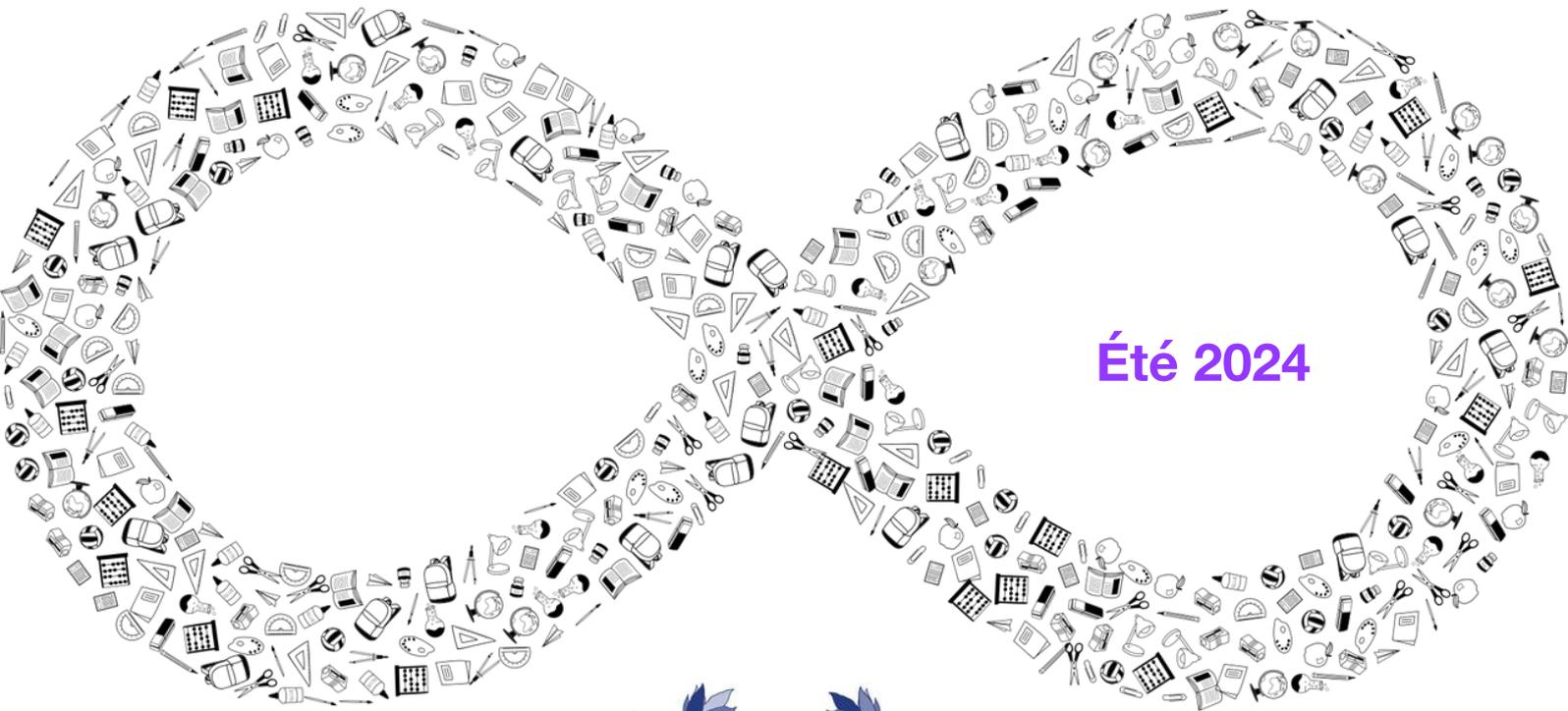
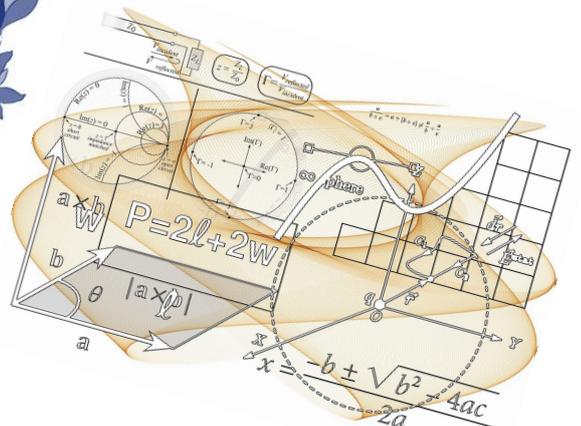
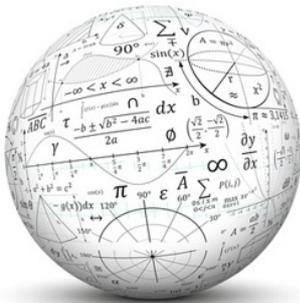


Pour une rentrée sereine en Première



Été 2024



Conseils	3
I. Calcul littéral ~ Équations ~ Inéquations	6
Calcul littéral	6
Équations	6
Inéquations	7
II. Fonctions	8
Fonction affine	8
Généralités ~ Équations ~ Inéquations	9
Tableaux de variations et de signes	12
Synthèse	14
III. Géométrie	15
Vecteurs	15
Vecteurs et repère	17
Synthèse Vecteurs	18
Droites et équations	18
Fin du Livret	20
Belle fin de vacances	20



Conseils

Ce livret d'exercices couvre des parties essentielles du programme de seconde qu'il faut maîtriser pour bien commencer l'année de première. Pour tirer le meilleur parti de ce travail, il est crucial de l'aborder avec sérieux et de manière autonome.

Conseils pour aborder les mathématiques

Apprendre les mathématiques nécessite une implication active dans le processus d'apprentissage. Voici quelques points clés à garder à l'esprit :

- **Cherchez et testez vos idées** : Écrivez les différentes étapes de raisonnement ou de calcul pour chaque exercice.
- **Les mathématiques sont cumulatives** : Ce que vous apprenez dépend des notions précédemment acquises. En cas de difficulté, revisitez les notions de collège si nécessaire. Vous pouvez vous appuyer sur le site Coopmaths.

<https://coopmaths.fr/alea/>

Réalisation des exercices

- **Échelonnez votre travail** : Répartissez les exercices sur une ou deux semaines, par exemple en faisant quelques exercices chaque jour. Il est recommandé de travailler pendant les semaines qui précèdent la rentrée pour vous remettre dans le bain.
- **Vérifiez vos connaissances** : Avant de commencer un exercice, interrogez-vous au brouillon sur ce que vous savez du sujet abordé.
- **Soignez votre travail** : Portez une attention particulière à la rédaction et à la présentation de vos solutions.
- **Justifiez vos réponses** : Toute réponse doit être dûment justifiée.
- **Limitez l'utilisation de la calculatrice** : Effectuez les calculs manuellement autant que possible. Toute la partie 1 doit être réalisée sans calculatrice.
- **Utilisez des outils numériques pour tracer les courbes** : Utilisez des logiciels ou des applications comme votre calculatrice graphique ou GeoGebra pour tracer les courbes de manière numérique, sauf lorsqu'il est spécifiquement demandé de le faire à la main dans l'exercice. Cela vous aidera à vérifier la précision de vos tracés et à mieux visualiser les fonctions.
- **Écrivez correctement les ensembles solution** : Assurez-vous de bien noter les ensembles solutions sous la forme correcte.

Conseils pour travailler durant les vacances

- **Planifiez votre temps** : Définissez un calendrier de travail pour vous assurer de couvrir tous les exercices avant la fin des vacances. Par exemple, réservez une heure chaque jour pour les mathématiques.
- **Fixez-vous des objectifs spécifiques** : Déterminez ce que vous souhaitez accomplir avec chaque session d'étude. Par exemple, vous pourriez viser à terminer un certain nombre d'exercices ou à comprendre une notion particulièrement difficile.
- **Créez un environnement d'étude** : Trouvez un endroit calme où vous pouvez vous concentrer sans distractions.
- **Préparez-vous mentalement** : Avant de commencer votre session d'étude, prenez quelques instants pour vous concentrer mentalement et vous mettre dans un état d'esprit propice à l'apprentissage.



- **Utilisez des ressources en ligne** : En plus du site Coopmaths, voici des liens vers des vidéos de cours qui peuvent vous aider à comprendre les notions :
 - <https://coopmaths.fr/alea/>
 - <https://www.monclasseurdemaths.fr/classe-de-2de/>
 - Chaines Youtube Maths en tête
<https://www.youtube.com/@mathsentete/featured>
<https://www.youtube.com/@maths-lycee>
<https://www.youtube.com/c/Rapemathiques>
 - Ressources de l'académie de Versailles
<https://euler-ressources.ac-versailles.fr/wims/wims.cgi?module=help/teacher/program/&+cmd=new&+job=math.2G>
- **Utilisez des techniques de mémorisation** : Explorez différentes méthodes pour mémoriser les concepts clés, telles que les cartes mémoire, les résumés et les moyens mnémotechniques.
- **Prenez des pauses** : Ne vous surchargez pas. Prenez des pauses régulières pour rester concentré.
- **Faites des pauses actives** : Pendant vos pauses, essayez de faire de l'exercice physique ou des activités relaxantes comme la méditation. Cela vous aidera à rester concentré et énergique.
- **Revoyez régulièrement** : Revoir les notions régulièrement aide à les ancrer dans votre mémoire à long terme.
- **Appliquez les mathématiques dans la vie quotidienne** : Cherchez des occasions d'appliquer ce que vous apprenez dans des situations réelles. Cela renforcera votre compréhension et vous montrera l'importance pratique des mathématiques.
- **Travaillez en groupe** : Si possible, organisez des sessions de travail en groupe avec vos camarades pour vous entraider et partager vos méthodes de résolution.
- **Tenez un journal de bord** : Notez vos progrès, les notions que vous avez révisées et les exercices que vous avez terminés. Cela vous aidera à rester motivé et à suivre vos progrès.
- **Restez motivé** : Gardez à l'esprit vos objectifs à long terme et les raisons pour lesquelles vous étudiez les mathématiques. Cela vous aidera à rester motivé même lorsque les exercices deviennent difficiles.
- **Notez vos questions** : Si vous êtes bloqué sur un exercice, notez vos questions pour les poser à votre professeur à la rentrée, cherchez des forums en ligne où vous pouvez obtenir de l'aide ou visionnez des vidéos sur les sites internet de mathématiques.

Les corrections des exercices sont disponibles dans un livret séparé.

Bon courage à tous et très belles vacances !

PS : Malgré les nombreuses relectures, il se peut que des coquilles subsistent dans ce livret de vacances. Si vous en repérez, vous pouvez soit me les signaler à la rentrée, soit m'envoyer un courriel à l'adresse suivante : c.ferreira@saintspire.net





I. Calcul littéral ~ Équations ~ Inéquations

Cours sur les identités remarquables

<https://www.monclasseurdemaths.fr/classe-de-2de/identites-remarquables/>

Calcul littéral

Exercice 1.1

Développer et réduire les expressions suivantes

$$A = 2x(4x - 5)$$

$$F = 3(x + 5)^2$$

$$B = (4x + 5)(-2x + 7)$$

$$G = (4x - 3)^2$$

$$C = \left(\frac{1}{4}x - \frac{5}{2}\right) \left(-\frac{1}{2}x + \frac{7}{4}\right)$$

$$H = (2x + 1)^2 + (2x + 1)(4x + 3)$$

$$I = (5x + 1)(2x - 3) - (5x - 1)^2$$

$$D = 2x(-4x - 5)(-x + 7)$$

$$J = (\sqrt{5} + \sqrt{7})(-\sqrt{5} + \sqrt{7})$$

$$E = (4x + 5)^2$$

Exercice 1.2

Factoriser et réduire les expressions suivantes

$$K = (2x + 1)^2 + (2x + 1)(4x + 3)$$

$$O = 9z^2 + 12z + 4$$

$$L = -2x(5x - 1) - (5x - 1)(2x - 3)$$

$$P = 4x^2 - 20x + 25$$

$$M = 49x^2 - 100$$

$$Q = (2x - 3)^2 - (4x - 6)(6x + 1)$$

$$N = -64y^2 + 25$$

$$R = (4x + 3)^2 - (2x - 1)^2$$

Équations

Exercice 1.3

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes

a) $6x - 5 = 13$

e) $\frac{3x + 4}{5x - 3} = 0$

h) $\frac{x - 2}{x + 2} = \frac{1}{3}$

b) $-7x + 3 = 3(2x - 1)$

f) $x^2 = 81$

i) $\frac{3x + 4}{x + 2} = \frac{6x + 5}{2x + 2}$

c) $(3x - 7)(6x + 8) = 0$

g) $3x^2 - 15 = 0$

d) $\frac{3x + 4}{x} = 0$

j) $(2x + 3)(3x + 5) = 6x^2 + 4x - 8$



Exercice 1.4Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes

a) $(3x - 1)(5x - 2) - (5x - 2)(4x - 6) = 0$

b) $(x - 1)(2x - 6) = 4x^2 - 24x + 38$

c) $2x - 1 = \frac{5}{2x - 1}$

d) $\frac{x^2 - 3x}{x - 3} = 3$

Exercice 1.5Résoudre dans \mathbb{R} les systèmes d'équations suivants

a)
$$\begin{cases} 2x + 5y = 4 \\ 6x + 5y = 12 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 7x - 5y = 42 \\ 6x + 8y = 12 \end{cases}$$

Inéquations**Exercice 1.6**Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations suivantes

a) $6x - 5 \geq 13$

b) $-7x + 3 < 1$

c) $\frac{1}{3} + 2x \leq 5$

d) $\frac{4}{3}x + 3 < x + 2$



II. Fonctions

Fonction affine

Exercice 2.1

On considère la fonction affine f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 4x - 3$

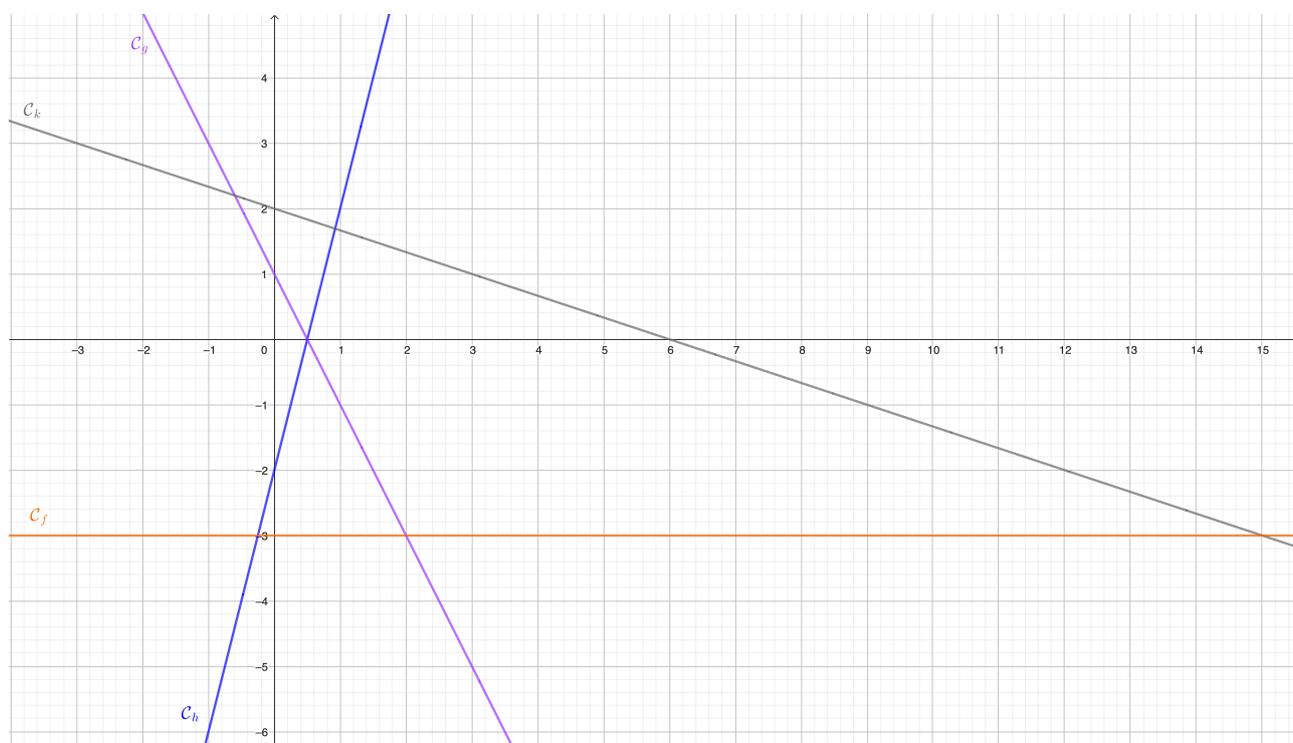
- Tracez la fonction de manière numérique en utilisant un logiciel comme votre calculatrice graphique ou GeoGebra.
- Déterminer graphiquement l'image de 2 par la fonction f .
- Retrouver ce résultat par le calcul.
- Déterminer graphiquement l'antécédent de -1 par la fonction f .

Exercice 2.2

- Déterminer le coefficient directeur de la droite représentant la fonction affine f telle que $f(2) = 4$ et $f(6) = 7$.
- Déterminer l'expression algébrique de la fonction affine g telle que $g(2) = -1$ et $g(3) = 4$.
- Calculer le coefficient directeur de la droite (AB) passant par les points $A(2; -1)$ et $B(-3; 2)$.

Exercice 2.3

Déterminer graphiquement l'expression algébrique des fonctions affines représentées ci-dessous.



Généralités ~ Équations ~ Inéquations

Exercice 2.4

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 9x - 2$

- Donner la nature de la fonction f .
- Calculer $f(0)$; $f\left(\frac{1}{9}\right)$; $f\left(\frac{5}{18}\right)$.
- Déterminer le(s) antécédent(s) de 0 par f
- Résoudre dans \mathbb{R} , $f(x) \leq 0$.

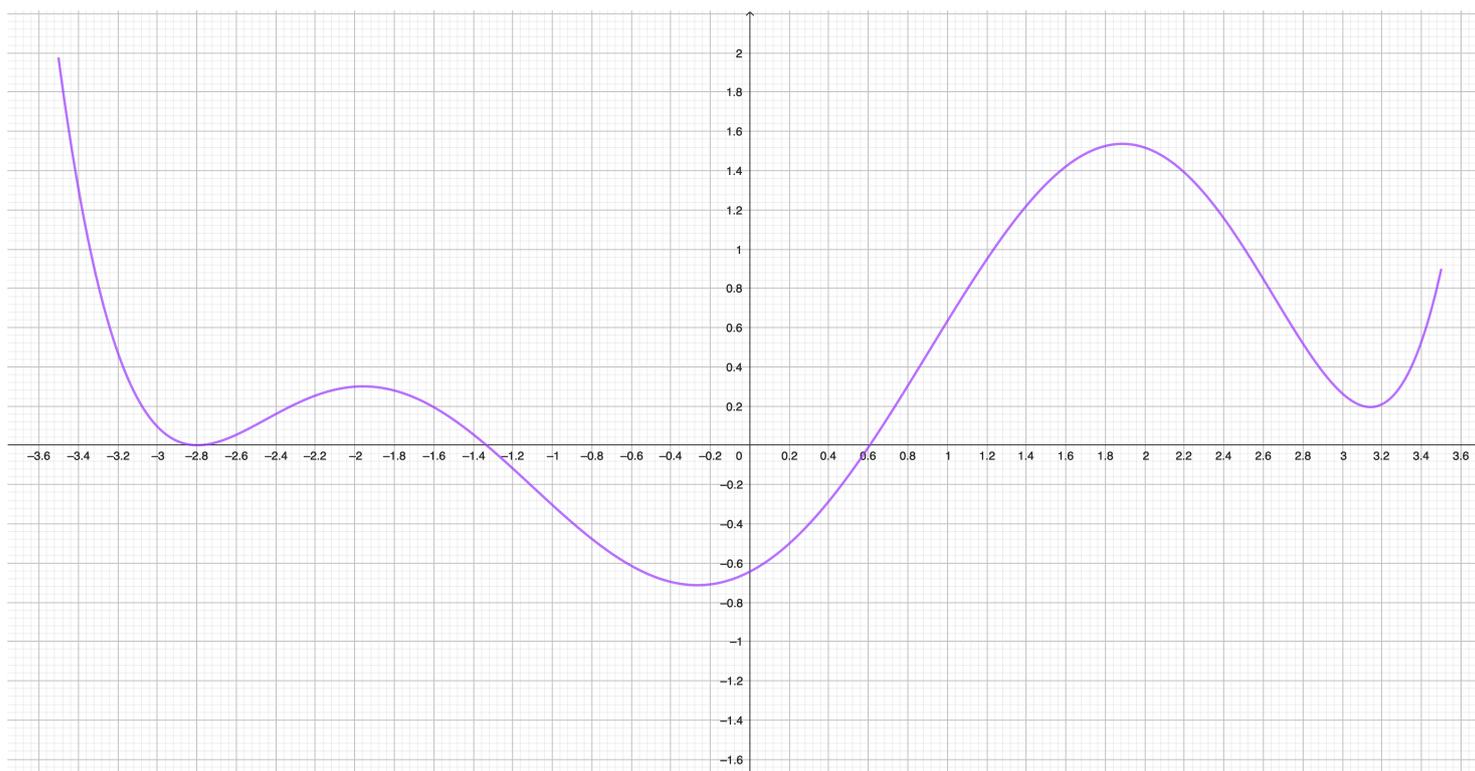
Exercice 2.5

Dans un même repère, tracer les courbes représentatives des fonctions suivantes :

$$f(x) = 2x + 5; \quad g(x) = -2; \quad h(x) = x^2 - 4 \quad \text{et} \quad p(x) = \frac{7}{2x + 1,5}$$

Exercice 2.6

Soit g la fonction dont la courbe représentative est donnée ci-dessous

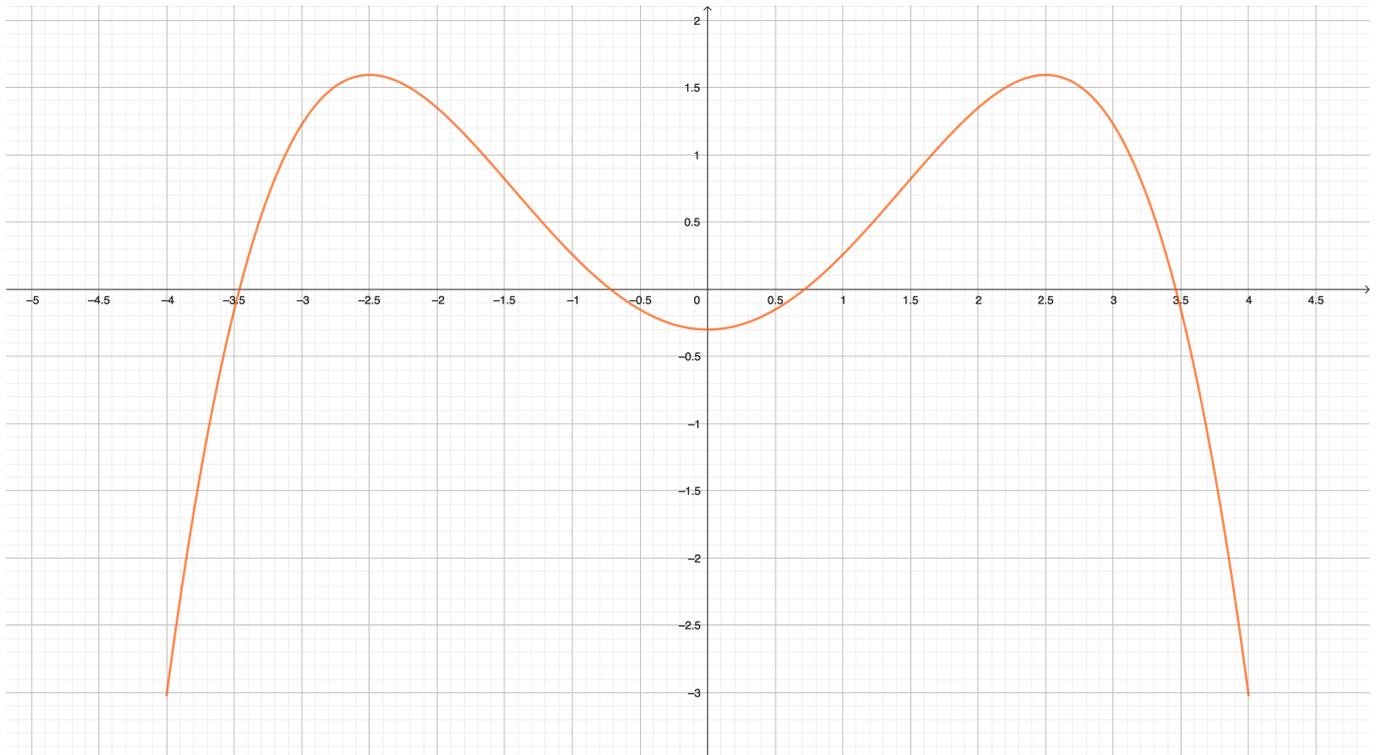


- Donner l'ensemble de définition D_g de la fonction g .
- Quelle est l'image de 1, de -2 ?
- Que vaut $g(3)$?
- Combien d'antécédents par la fonction g possèdent les nombres -2 et $0,8$?
- Résoudre graphiquement l'équation $g(x) = 0$ sur D_g .
- Résoudre graphiquement l'inéquation $g(x) \leq 0$ sur D_g .



Exercice 2.7

Soit h la fonction dont la courbe représentative est donnée ci-dessous.

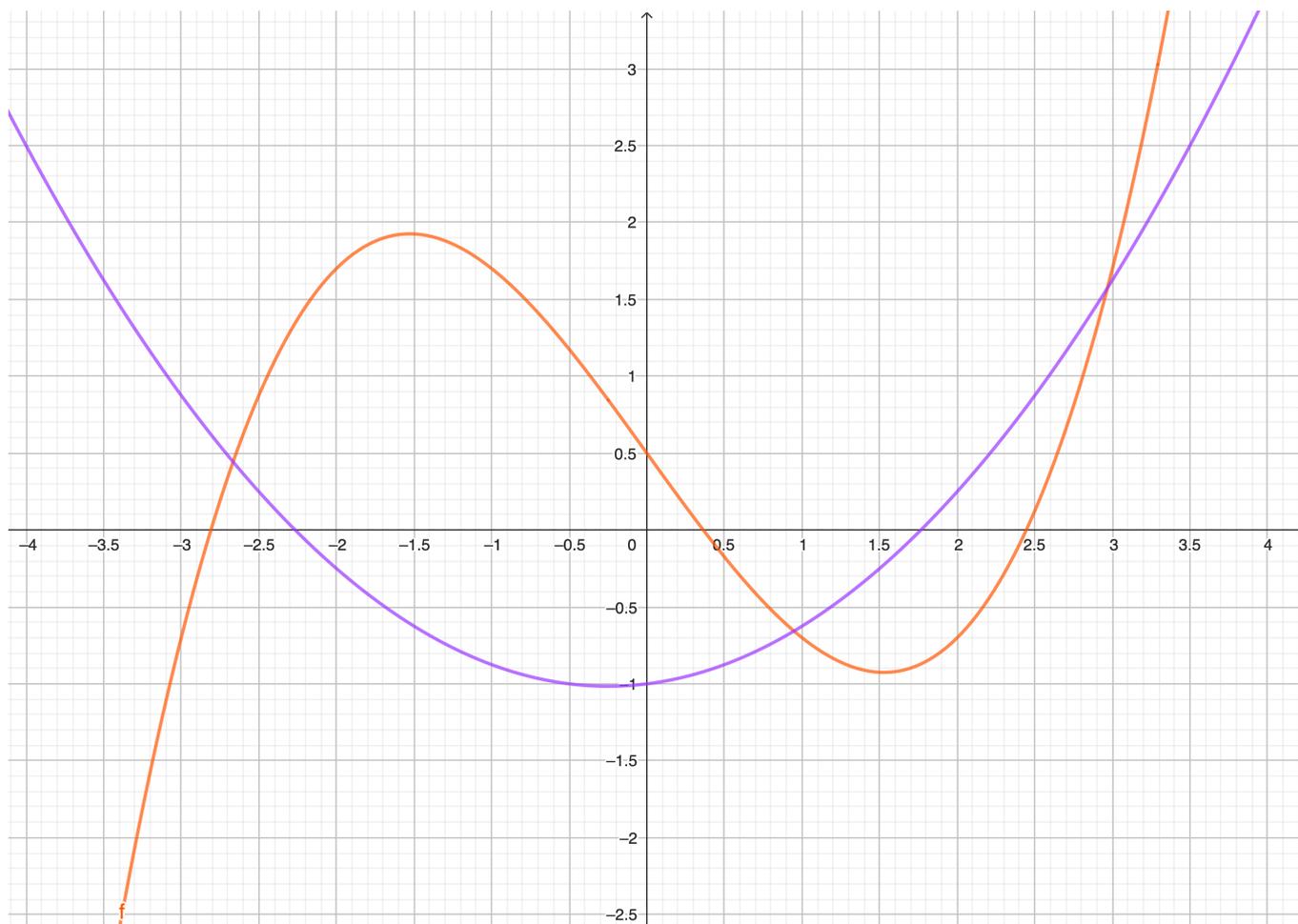


- La fonction h semble-t-elle paire ? Impaire ? Ni l'un ni l'autre ?
- Donner l'ensemble de définition D_h de la fonction h .
- Résoudre graphiquement les équations $h(x) = 1,6$ et $h(x) = 2$ sur D_h .
- Résoudre graphiquement l'inéquation $h(x) \leq -0,3$ sur D_h .



Exercice 2.8

Soient $f_1 : x \mapsto \frac{x^3}{5} - \frac{7x}{5} + \frac{1}{2}$ et $f_2 : x \mapsto \frac{x^2}{4} + \frac{x}{8} - 1$.



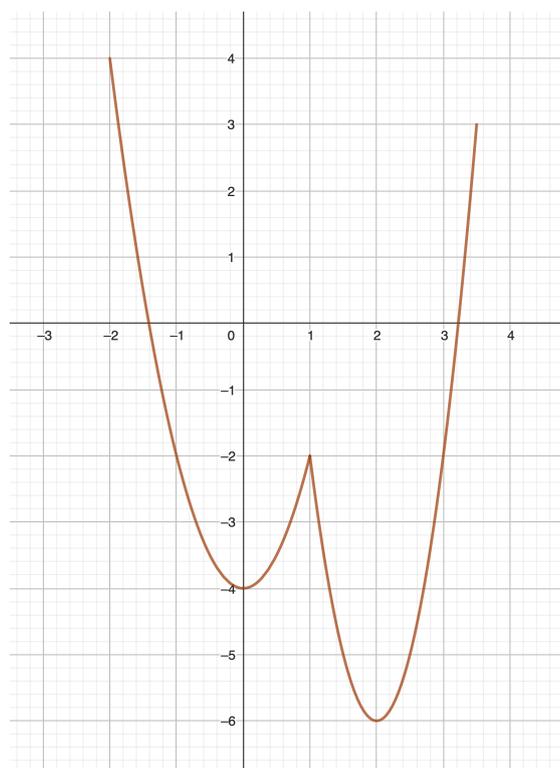
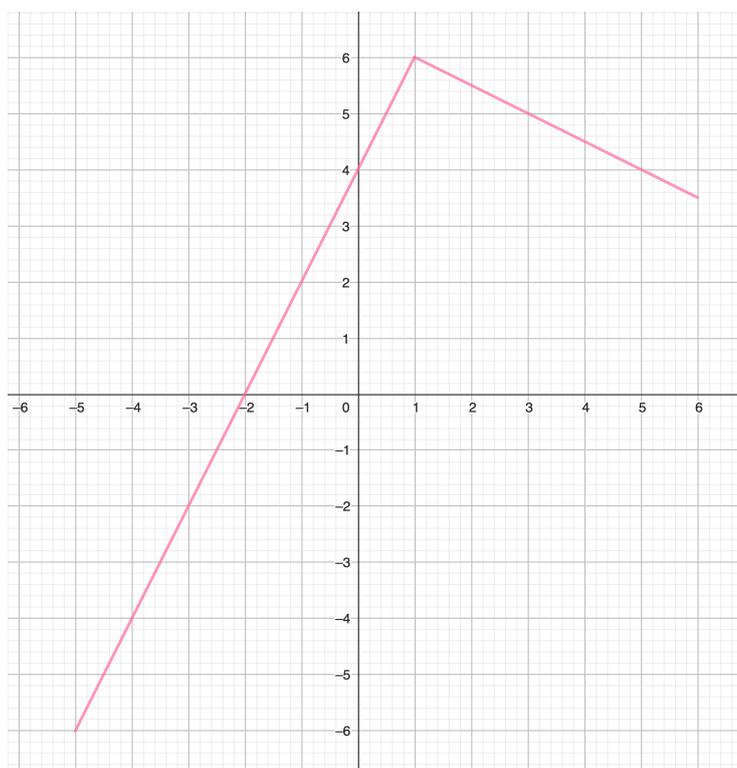
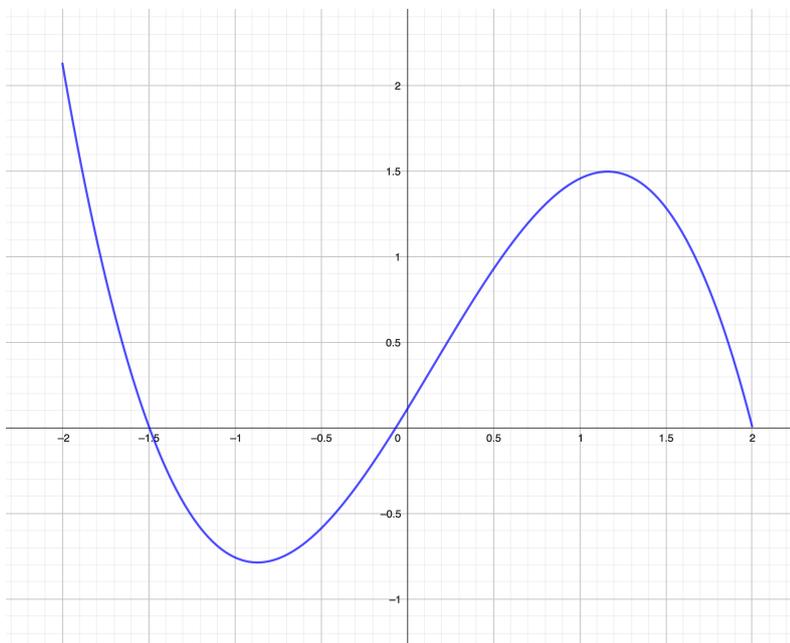
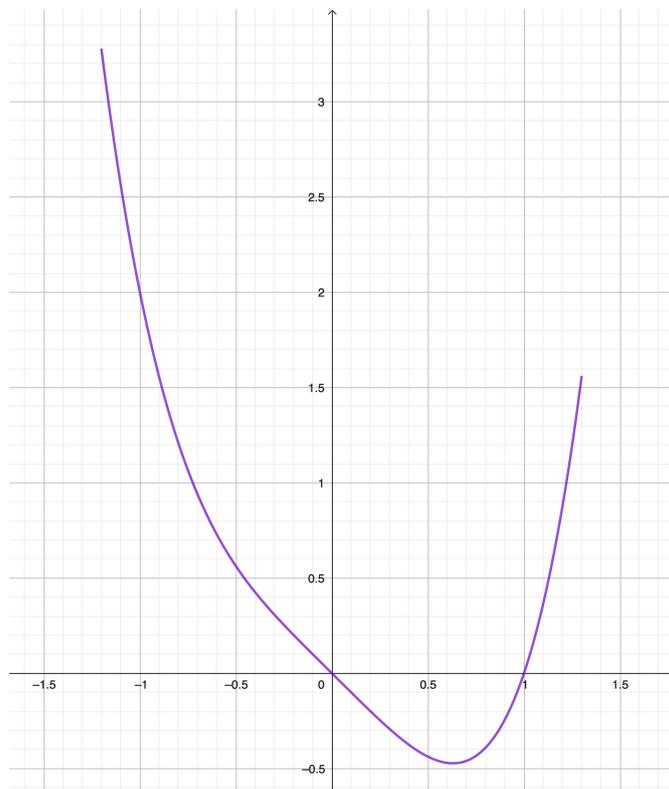
- Calculer $f_1(0)$ et $f_2(0)$.
- Associer chaque courbe à la fonction correspondante.
- Donner le nombre de solutions l'équation $f_1(x) = f_2(x)$ sur l'intervalle $[-4; 4]$.
- Résoudre graphiquement l'inéquation $f_1(x) > f_2(x)$ sur $[-4; 4]$.



Tableaux de variations et de signes

Exercice 2.9

Construire les tableaux de variations et de signes des fonctions f , g , h et i dont les courbes représentatives sont respectivement données ci-dessous.



Exercice 2.10

Soit f la fonction dont le tableau de variation est donné ci-dessous.

x	-7	-2	1	5	7	12					
Variations de f	12		1		15		15		0		-3

- Construire le tableau de signes de la fonction f .
- En déduire les solutions de l'inéquation $f(x) \geq 0$ sur $[-7; 12]$.

Exercice 2.11

- Étudier le signe de $A(x) = (-3x + 15)(5 - 3x)$.
- Étudier le signe de $B(x) = (-3x + 15)(5 + x)$.
- En déduire les solutions des inéquations $A(x) < 0$ et $B(x) \leq 0$.

Exercice 2.12

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{-x + 1}{x + 2}$.

- Construire le tableau de signes de la fonction f .
- En déduire les solutions de l'inéquation $f(x) \leq 0$.

Exercice 2.13

Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations suivantes

a) $-\frac{4}{x-7} \leq 0$

b) $\frac{2x-1}{x+3} < 5$



Exercice 2.14

Soit f la fonction dont le tableau de variation est donné ci-dessus.

x	$-\infty$	-2	0	6	14	20
Variations de f	1	15	-10	-2	-4	-1

c) Dire si les propositions suivantes sont vraies, fausses ou si on ne peut pas répondre

- 1) Le domaine de définition D_f de la fonction f est \mathbb{R} .
- 2) L'image de -3 par la fonction f est 12.
- 3) $-4 < f(9) < -2$
- 4) -12 n'a pas d'antécédent par la fonction f .
- 5) -12 n'a pas d'image par la fonction f .
- 6) L'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution.
- 7) L'équation $f(x) = -10$ admet pour ensemble solution $S = \emptyset$

d) Tracer une courbe représentative possible de f dans un repère orthonormé.

Synthèse

Exercice 2.15

On considère les fonctions f et g définies respectivement sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2 - 2x - 3$ et $g(x) = x^3 - 2x^2 - 8x$.

- a) Tracez les fonctions de manière numérique en utilisant un logiciel comme votre calculatrice graphique ou GeoGebra.
- b) Déterminer graphiquement les images de 1 par les fonctions f et g . Puis retrouver ce résultat par le calcul.
- c) Résoudre $f(x) = -3$
- d) Déterminer graphiquement le ou les antécédents de 0 par la fonction f .
- e) Développer $(x + 2)(x - 4)$. En déduire l'expression factorisée de g .
- f) Dresser le tableau de variations de la fonctions g en utilisant la lecture graphique. Dresser le tableau de signe de la fonction g sans utiliser la lecture graphique..

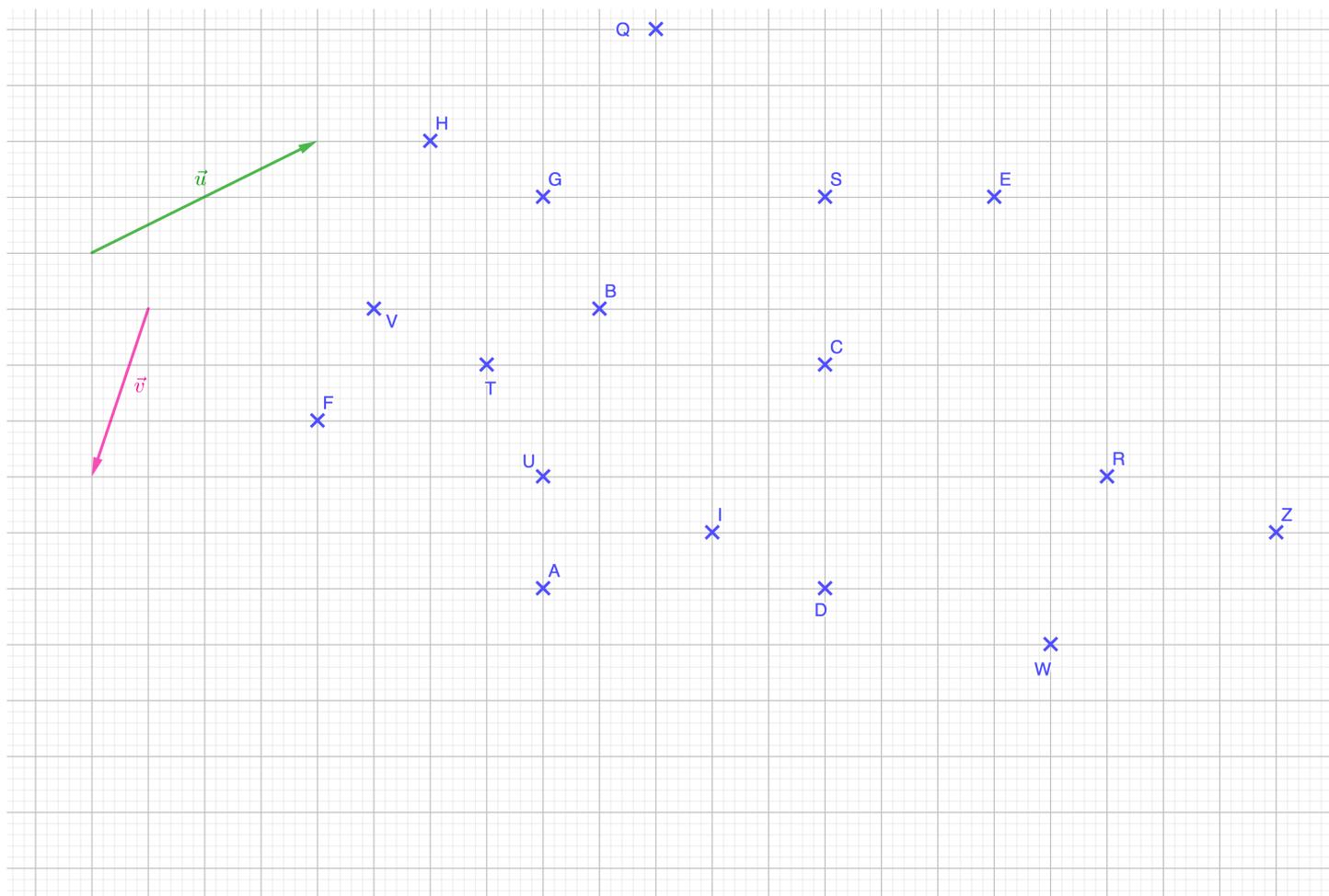


III. Géométrie

Vecteurs

Exercice 3.1

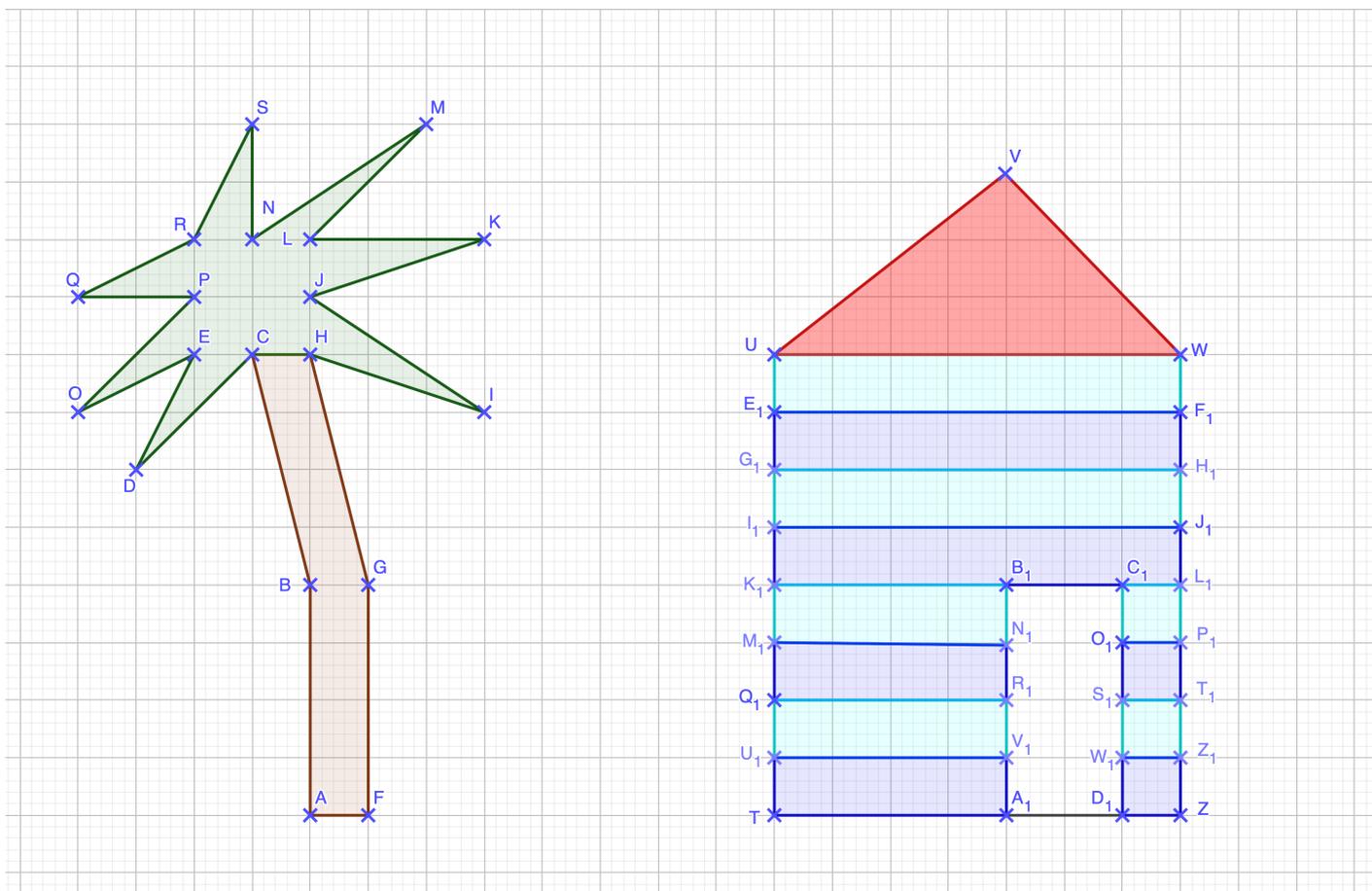
- Déterminer tous les vecteurs égaux aux vecteurs \vec{u} et \vec{v} .
- Construire les points M et N tels que $\overrightarrow{MA} = \vec{u}$ et $\overrightarrow{NC} = -2\vec{v}$.
- Construire le point O tel que $\overrightarrow{DO} = \frac{1}{2}\vec{u} + \vec{v}$
- Construire le vecteur \overrightarrow{EP} tel que $\overrightarrow{EP} = -\frac{3}{2}\vec{u} + \vec{v}$



Exercice 3.2

En utilisant les figures, simplifier les égalités vectorielles suivantes :

- 1) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{FG}$
- 2) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{TU_1}$
- 3) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{UE_1}$
- 4) $\overrightarrow{LM} - \overrightarrow{NR}$
- 5) $\overrightarrow{UW} + \overrightarrow{ZD_1} - \overrightarrow{TA_1} - \overrightarrow{B_1C_1}$



Exercice 3.3

Simplifier au maximum les sommes vectorielles suivantes grâce à la relation de Chasles :

- 1) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM}$
- 2) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DB}$
- 3) $\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{CD}$
- 4) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DA}$
- 5) $-\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB}$
- 6) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA}$



Exercice 3.4

EFG est un triangle et M un point extérieur à ce triangle.

1) Construire les points I , J , K et H tels que :

a) $\overrightarrow{MI} = \frac{2}{3}\overrightarrow{ME}$

c) $2\overrightarrow{MG} + 3\overrightarrow{KM} = \vec{0}$

b) $\overrightarrow{MJ} = \frac{2}{3}\overrightarrow{MF}$

d) $2\overrightarrow{FH} + \overrightarrow{GH} = \vec{0}$

(Pour le point H , on pourra d'abord montrer qu'il vérifie $2\overrightarrow{FG} + 3\overrightarrow{GH} = \vec{0}$)

2) Conjecturer la nature du quadrilatère $KJHG$

3) Démontrer cette conjecture.

Vecteurs et repère**Exercice 3.5**

Dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on considère les points $A(0; -2)$, $B(-2; -1)$, $C(4; 0)$ et $D(2; 3)$.

- Déterminer les coordonnées des points I , J , K et L milieux respectifs de $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$, et $[DA]$.
- Montrer que $IJKL$ est un parallélogramme.

Exercice 3.6

Dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on considère les points $A(0; 1)$, $B(-1; -2)$, $C(2; 7)$.

- Montrer que les vecteurs \overrightarrow{BA} et \overrightarrow{CB} sont colinéaires.
- Que peut-on en déduire pour les points A , B et C ?
- Déterminer les coordonnées du point D tel que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.
- Soient les points N et P de coordonnées respectives $(4; 13)$ et $(6; 18)$.

Déterminer les positions relatives des droites (AB) et (AN) ainsi que des droites (AB) et (AP) .

Exercice 3.7

Dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on considère les points $S(3; 5)$, $U(6; 2)$, $N(-3; -1)$.

- Montrer que $SU = 3\sqrt{2}$.
- Calculer SN et UN .
- Montrer que le triangle SUN est rectangle en S .



Synthèse Vecteurs

Exercice 3.8

Soit $ABCD$ un carré de côté 6 cm . Les points E et F sont les points définis par $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{2} \overrightarrow{DB} - \frac{7}{6} \overrightarrow{DA}$ et $\overrightarrow{BF} = -\frac{4}{3} \overrightarrow{CB}$.

1. Construire la figure en vraie grandeur.
On note $\overrightarrow{AB} = \vec{i}$ et $\overrightarrow{AD} = \vec{j}$. On se place dans le repère $(A; \vec{i}; \vec{j})$.
2. Quelle est la nature du repère $(A; \vec{i}; \vec{j})$?
3. Quelles sont les coordonnées des points A , B , C et D ?
4. a) Exprimer le vecteur \overrightarrow{AE} en fonction du vecteur \overrightarrow{AB} et du vecteur \overrightarrow{AD} .
b) En déduire les coordonnées du point E .
5. Quelles sont les coordonnées du point F ?
6. Les points A , E et F sont-ils alignés ?

Exercice 3.9

Soient les points $A(5; 6)$, $B(9; 3)$, $C(0; 6)$, $D(6; -1)$ et $E(11; 3)$.

- a) Le point B appartient-il au cercle de centre A et de rayon 5 cm ?
- b) Le point E est-il sur la médiatrice du segment $[OC]$?
- c) Quelle est la nature du triangle ABD ?
- d) Est-ce qu'un point d'ordonnée négative peut appartenir au disque de centre A et de rayon 5 cm ?

Exercice 3.10

On considère les points A , B et C respectivement de coordonnées $(1; 6)$, $(-4; 4)$ et $(-6; -1)$

- a) Quelles sont les coordonnées du point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme ?
- b) Prouver que $ABCD$ est aussi un losange.

Droites et équations

Exercice 3.11

Dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on donne une équation cartésienne de la droite $d: -2x - 3y - 7 = 0$.

- a) Les points A et B de coordonnées respectives $(-1; -2)$ et $(1; -3)$ appartiennent-ils à cette droite ?
- b) Déterminer l'ordonnée du point C d'abscisse -2 qui appartient à la droite d .
- c) Déterminer l'abscisse du point D d'ordonnée -5 qui appartient à la droite d .
- d) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de la droite d avec les deux axes du repère orthonormé.
- e) Donner un vecteur directeur de cette droite.



Exercice 3.12

Dans un repère orthonormé $(A; \vec{i}, \vec{j})$, on considère le carré $ABCD$ tel que $B(2; 0)$. Déterminer une équation cartésienne de la droite (BD) par le calcul.

Exercice 3.13

On considère la droite Δ d'équation cartésienne $3x + 2y - 1 = 0$.

- Donner l'équation réduite de la droite Δ .
Quelle est la valeur de son coefficient directeur m ?
Quelle est la valeur de son ordonnée à l'origine p ?
- Le point A de coordonnées $(-3; 4)$ appartient-il à la droite Δ ?
- Déterminer l'abscisse du point B de la droite Δ d'ordonnée -1 .
- Déterminer l'ordonnée du point C de la droite Δ d'abscisse 5 .



Fin du Livret

